

Robotik I im WS 2016/17

### 3. Übungsblatt

Termin: 10. November 2016

Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour  
Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann  
Dr.-Ing. Nikolaus Vahrenkamp  
Dipl.-Inform. Manfred Kröhnert  
Dipl.-Inform. Peter Kaiser  
M.Sc. Fabian Paus  
M.Sc. Jonas Beil  
Adenauerring 2, Geb. 50.20  
Web: <http://h2t.anthropomatik.kit.edu>

#### Aufgabe 1

(Differentielle Inverse Kinematik)

Für einen SCARA Roboter mit einem Translationsgelenk  $d_1$  und zwei Rotationsgelenken  $\theta_2$  und  $\theta_3$  sei die Funktion zur Bestimmung der Vorwärtskinematik gegeben als

$$f(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} -500\sin(\theta_2)\cos(\theta_3) - 500\cos(\theta_2)\sin(\theta_3) - 500\sin(\theta_2) \\ 500\cos(\theta_2)\cos(\theta_3) - 500\sin(\theta_2)\sin(\theta_3) + 100 + 500\cos(\theta_2) \\ d_1 \end{pmatrix}.$$

Die Konfiguration des Roboters wird beschrieben durch  $\mathbf{q} = (d_1, \theta_2, \theta_3)^T$ .

Die Vorschrift zur Ermittlung des Gelenkwinkelfehlers für die differentielle inverse Kinematik hat folgende Form:

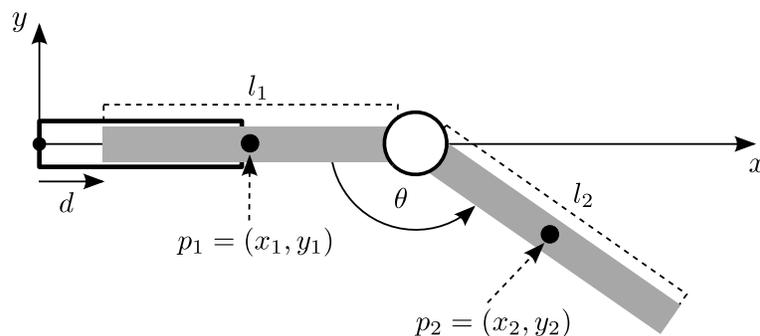
$$J^{-1}(\mathbf{q})\Delta\mathbf{x} = \Delta\mathbf{q}$$

1. Bestimmen Sie die inverse Jacobi-Matrix  $J^{-1}(\mathbf{q})$  für den gegebenen SCARA Roboter. Die Orientierung des Endeffektors wird in dieser Aufgabe vernachlässigt.
2. In welchen Stellungen treten Singularitäten auf?

Aufgabe 2

(Dynamikmodellierung nach Lagrange)

Gegeben ist das abgebildete Robotersystem mit zwei Segmenten. Das erste Segment  $s_1$  hat die Länge  $l_1$  und die Masse  $m_1$  und ist mit einem Translationsgelenk mit der Basis verbunden. Das zweite Segment  $s_2$  hat die Länge  $l_2$  und die Masse  $m_2$  und ist mit  $s_1$  mittels eines Rotationsgelenkes verbunden. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass der Masseschwerpunkt  $p_1 = (x_1, y_1)$  von  $s_1$  sich in der Mitte von dem Segment befindet. Analog gilt dies Annahme für  $s_2$  mit dem Masseschwerpunkt  $p_2 = (x_2, y_2)$ . Weiterhin gilt, dass es sich bei  $s_2$  um ein dünnes Armsegment mit einem vernachlässigbaren Radius handelt. Die Konfiguration des Roboters ist beschrieben durch  $\mathbf{q} = (d, \theta)^T$ .



Mit  $l_1$ ,  $l_2$  und  $q$  können die Positionen von  $p_1$  und  $p_2$  wie folgt beschrieben werden:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2}l_1 + d \\ y_1 &= 0 \\ x_2 &= l_1 + d + \frac{1}{2}l_2 \cos(\theta) \\ y_2 &= \frac{1}{2}l_2 \sin(\theta) \end{aligned}$$

Modellieren Sie die Dynamik des gegebenen Robotersystems nach der Methode nach Lagrange.

Gehen Sie dabei wie folgt vor und bestimmen Sie zunächst im Einzelnen:

1. die kinetische Energie für beide Gelenke,
2. die potentielle Energie für beide Gelenke,
3. die Lagrange-Funktion.

Führen Sie die Ergebnisse der einzelnen Rechenschritte in die Bewegungsgleichung zusammen.

Aufgabe 3

(Laplace-Transformation mittels Integral)

Berechnen sie die Laplace-Transformierte von  $f(t) = \sin(\omega t)$  für  $t \geq 0$  ( $f(t) = 0$  für  $t < 0$ ) mittels Integral.